Logika

Mihálydeák Tamás
mihalydeak@inf.unideb.hu
www.inf.unideb.hu/szamtud/tagok/?mihalydeak

2007. szeptember 27.

Tartalomjegyzék

1. Irodalom

1. Ruzsa Imre, Máté András: Bevezetés a modern logikába, Osiris Kiadó, Budapest, 1997. (BML)
2. Ruzsa Imre: Bevezetés a modern logikába, Osiris Kiadó, Budapest, 2001.
3. Gottlob Frege: Logikai vizsgálódások, Osiris Kiadó, Budapest, 2000. (15-25, 118-147, 191-217)
4. Alfred Tarski: Bizonyítás és igazság, Gondolat Kiadó, Budapest 1990. (307-364, 391-411)
5. Irving M. Copy, James A. Gould: Kortárs tanulmányok a logikaelmélet kérdéseiről, Gondolat Kiadó, Budapest, 1985. (273-296)
6. William Kneale, Martha Kneale: A logika fejlődése, Gondolat Kiadó, Budapest 1987. (33-87, 117-175)
7. W. V. O. Quine: A tapasztalattól a tudományig, 115-136.

Notes:

2. A logika feladata

- A helyes következtetés törvényszerűségeinek a feltárása
- Az információközlésben kulcsszerepet játszó kifejezések jelentésének a megadása
- Tudomány-e a logika?

3. A helyes következtetés

1. Következtetés: viszony (a premisszák és a konklúzió között)
2. Helyes következtetés: a premisszák igazsága maga után vonja a konklúzió igazságát (a premisszák valamely tulajdonsága öröklődik a konklúzióra)
3. Logikailag helyes következtetés: ha az örökítés szükségszerű

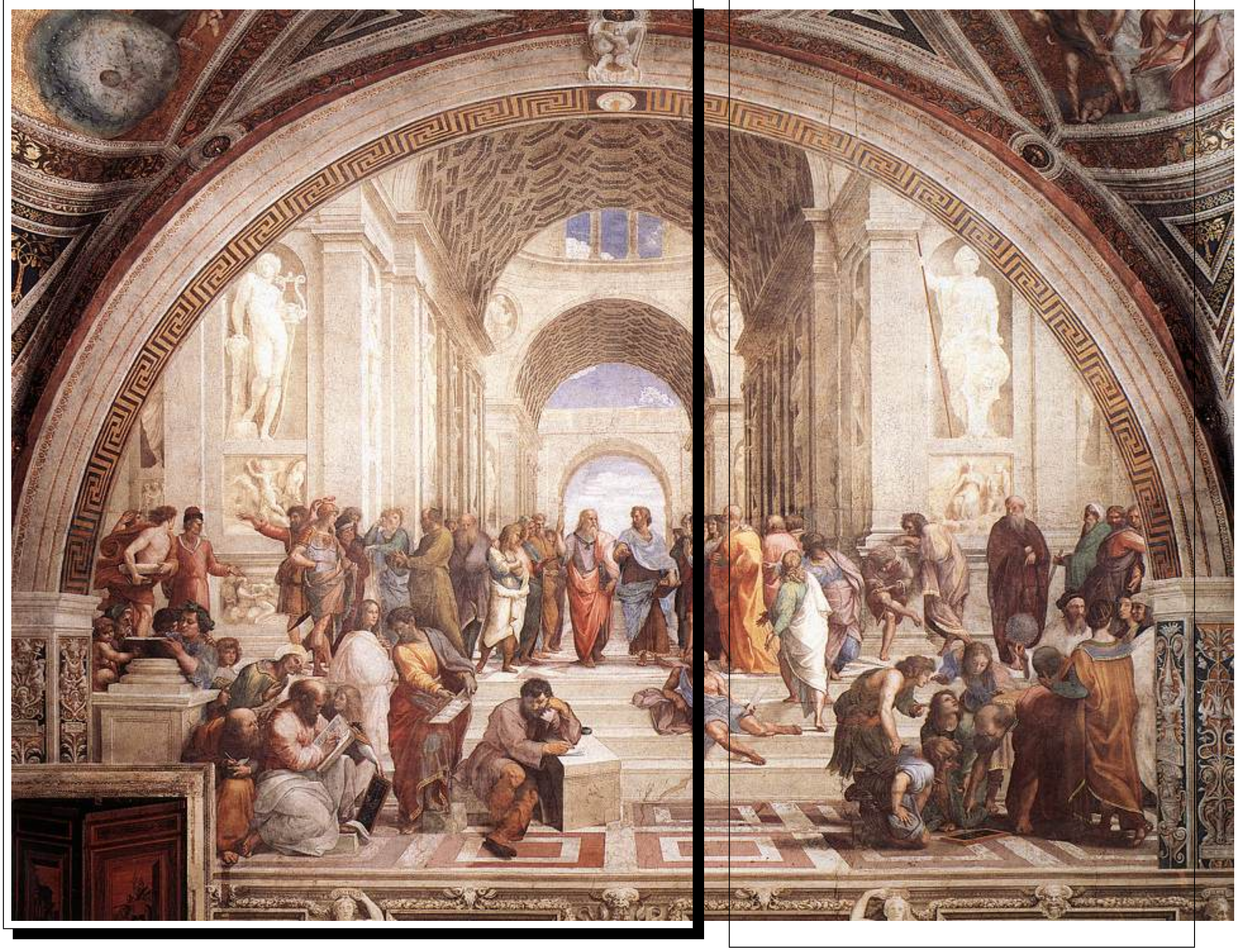
Notes:

4. Történeti áttekintés

1. Ókori kezdetek
   (a) Eleai iskola (Kr. e. 5. század): Parmenidész, Zénon, bizonyítás, aporiák
   (b) Szókratész, Platón, *Arisztotelész* (Kr.e. 384–322)
   (c) Megarai iskola: paradoxonok
   (d) Sztoikusok: Khrüszipposz (Kr. e. 281–208) levezetési rendszere
2. Leibniz (1646-1716)
3. Frege (1848-1925)

Notes:

Notes:

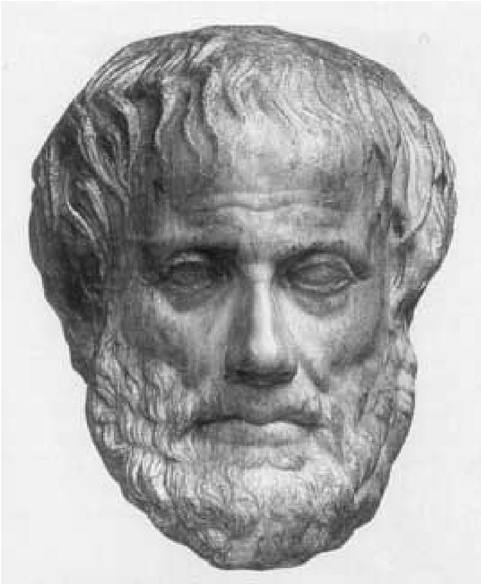


4.1. Ókori kezdetek

4.1.1. Arisztotelész (Kr.e. 384–322)

Elválasztja a premisszák igazságának és a következetés helyességének a kérdését

Notes:



1. A bizonyító érvelés
2. Az ellentmondás elve: „A legbiztosabb alapelv ez: lehetetlen, hogy egy és ugyanaz a valami ugyanakkor, ugyanabban a tekintetben vonatkozzék is valamire, meg nem is.'' (1005b19-23)
3. A kizárt harmadik elve: „Az ellentmondás két tagja között nem állhat fenn semmi közbeeső, hanem mindenről mindent vagy állítani vagy tagadni kell.''(1011b 23-24)

Notes:

4.2. Megarai iskola

1. Paradoxonok
   - Szóritész-típusú paradoxonok (kopasz paradoxon)
   - A hazug antinómiája: Ha hazudok, és azt mondom, hogy hazudok, akkor hazudok vagy igazat mondok?
   - Intenzionalitással kapcsolatos paradoxonok: a csuklyás ember paradoxona, a szarvas ember paradoxona
2. A feltételes állítás vizsgálata

4.3. Sztoikusok

1. A lekton fogalma
2. Khrüszipposz (Kr. e. 281–208) levezetési rendszere

Notes:

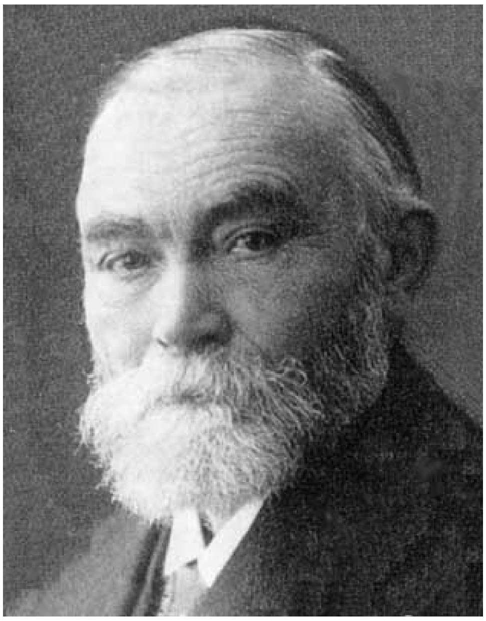
4.4. Leibniz (1646-1716)

Charactristica universalis:

- A logika formális nyelveinek alapeszméje
- Szintaktikai levezetésfogalom szükségessége

Notes:

4.5. Gottlob Frege (1848-1925)



1. Fogalomírás:
   - Fogalmi tartalom
   - Funktor-argumentum felbontás
   - Kompozicionalitás elve
2. Jelentés és jelölet: A kétkomponensű szemantika megjelenése

Notes:

5. Logikai grammatika

- Feladata: A *fogalmi tartalom* lehetséges struktúráinak összegyűjtése.
  - funktor–argumentum felbontás
  - (informális) logikai kompozicionalitás
- Két fő ‘kifejezéscsoport’:
  1. befejezett kifejezések;
     Önmagukban is képesek egy meghatározott (szemantikai) feladat ellátására.
     - mondat ($\longleftrightarrow$ infromációtartalom)
       Típuskód: o (R. Montague: t, truth value)
     - név ($\longleftrightarrow$ objektum)
       Típuskód: ι (R. Montague: e, entity)
  2. hiányos kifejezések (funktorok)
     Kitöltetelen helyet (helyeket) tartalmaznak. (Csak más kifejezésekkel összakapcsolva képések az inforációközlésben részt venni.)

Notes:

- Típuskód: $\alpha(\beta)$ (R. Montague: $\langle\beta,\alpha\rangle$), ahol β a bemenet, α pedig a kimenet típusának a kódja.
  Például:
  1. predikátumok: $o(\iota)(\iota)\dots(\iota)$ (röviden $o(\iota)_n$)
     Például: ‘*. . . okos*’, ‘*. . . szereti . . . –t*’
  2. mondatfunktorok: $o(o)(o)\dots(o)$ (röviden $o(o)_n$)
     Például: ‘*. . . mert . . .*’, ‘*. . . és . . .*’
  3. névfunktorok: $\iota(\iota)(\iota)\dots(\iota)$ (röviden $\iota(\iota)_n$)
     Például: ‘*. . . anyja*’

5.0.1. Definíció

A típusok TIP halmazán értjük azt a legszűkebb halmazt, amelyre teljesül, hogy

1. $o, \iota \in TIP$;
2. Ha $\alpha, \beta \in TIP$, akkor $\alpha(\beta) \in TIP$.

Notes:

5.1. Nevek

- tulajdonnevek $\longmapsto$ névparaméterek

  például: *Arisztotelész*

- deskripciók

  például: *Platón Sztageirából származó tanítványa*

- névmások $\longmapsto$ változók

  például: *ez, az, ő ...*

Megjegyzés: a pontos különbségtételhez szemantikai megfontolások szükségesek.

Notes:

6. Logikai szemantika

6.1. A mondatok szemantikai értékei

1. a mondat logikailag releváns jelentése: a mondat intenziója
2. igazságérték: igaz, hamis
3. köztes érték: állítás (egyértelmű információtartalom)

6.1.1. A mondatok intenziója

Egy mondat intenzióján azon feltételek összességét értjük, amelyek teljesülése esetén a mondat igaz állítást fejez ki.

6.1.2. A mondatok faktuális értéke (extenziója)

Egy mondat extenzióján az általa kifejezett állítás igazságértékét értjük.

Notes:

6.2. A nevek szemantikája

1. a név logikailag releváns jelentése: a név intenziója
2. a név által jelölt objektum (jelölet, denotátum, referencia)

6.2.1. A deskripciók és a tulajdonnevek:

- Fő kérdés: Van–e a tulajdonneveknek jelentésük?
  - Frege, Russell: a tulajdonnevek rövidített leírások.
    - De: Ez szemantikai bizonytalanságot okoz a nyelvhasználatban, hiszen az *Arisztotelész* név az alábbi leírások bármelyikét rövidítheti:

      Platón tanítványa és Nagy Sándor nevelője
      Platón Sztageirából származó tanítványa
    - Mit jelent a következő mondat?

      Arisztotelész Sztageirából származott.
  - Frege: Egy tökéletes nyelvben ilyen ingadozásoknak nem szabad előfordulniok.

Notes:

6.2.2. Deskripciók

- A deskripciók olyan nevek, amelyek jelentésük által jelölnek.
- A deskripciók nem merev jelölők;

Ezzel szemben (Kripke):

- A tulajdonneveknek nincs jelentésük abban az értelemben, hogy ez meghatározná denotátumukat.
- A tulajdonnevek merev jelölők.

Notes:

6.3. A név szemantikai értékei

6.3.1. A név intenziója

A név denotátumát (jelöletét) meghatározó feltételek összessége.

- Megjegyzés: A tulajdonnevek és a névmások intenziójáról nem beszélhetünk.

6.3.2. A név faktuális értéke (extenziója)

A név által jelölt objektum, azaz a név denotátuma, jelölete.

Notes:

6.4. A funktorok szemantikai értéke

- a funktorok intenziója: az a szabály, amely a bemenet intenziójából meghatározza a kimenet intenzióját.
  - A funktorok intenziójának fogalma a szemantikai alapfogalom.
  - Minden funktornak van intenziója.
- Extenzionális–intenzionális megkülönböztetés:
  - Extenzionális az a funktor, amelyhez rendelhető olyan szabály, amely az argumentum extenziójából meghatározza a kimenet extenzióját.
  - A nem extenzionális funktorokat intenzionális funktoroknak nevezzük.

Notes:

6.5. A szemantikai értékek rendszere

	intenzió	extenzió (faktuális érték)
mondat	igazságfeltételek összessége	igazságérték
név	a denotátumot meghat. feltételek	denotátum
funktor	szabály: intenzió$\longrightarrow$ intenzió	szabály: extenzió$\longrightarrow$ extenzió

	Extenzió (Faktuális érték)	Intenzió
Mondat	+?	+
Tulajdonnév	+	−
Deskripció	+?	+
Névmás	+	−
Extenzionális funktor	+	+
Intenzionális funktor	−	+

Notes:

7. Extenzionális logika

- Olyan logikai rendszer, amelyben csak extenzionális kifejezések szerepelnek, azaz mondatok, nevek és extenzionális funktorok.
- Az extenzionális logikában a kifejezések szemantikai értékeiként csak azok faktuális értékei (extenziói) szerepelnek:
  - mondat $\longmapsto$ igazságérték
  - név $\longmapsto$ denotátum
  - funktor $\longmapsto$ extenzió
    (bemenet extenziója $\longmapsto$ kimenet extenziója)

Notes:

7.1. Nyelvi eszközök

- Nemlogikai eszközök:
  - mondat $\longmapsto$ mondatparaméter (p, q, r)
  - tulajdonnév $\longmapsto$ névparaméter (a, b, c)
  - névmás $\longmapsto$ változó (x, y, z)
  - predikátum $\longmapsto$ predikátum–paraméter
    (P, Q, F, G)
- Logikai eszközök:
  - művelet: funktor kitöltése argumentummal
    - $a + P_{(1)} : P(a)$
    - $x + y + a + Q_{(3)} : Q(x)(y)(a)$
  - logikai funktorok

Notes:

7.2. Logikai funktorok

7.2.1. Konjunkció

- Két állítás együttes teljesülésének kifejezésére szolgál.
- Tipikus természetes nyelvi megfelelője: *és*
- Logikai jele: $\&$
- $o(o)(o)$ típusú extenzionális funktor, azaz kétargumentumú igazságfunktor.
- Példák:
  - *Esik az eső és fúj a szél.*: $p\&q$
  - *Péter és Éva szereti a sajtot.*: $P(a)\&P(b)$, ahol P: *... szereti a sajtot*, a: *Péter*, b: *Éva*.
  - De: A *Péter és Éva barátok.* állítás nem adható meg ilyen módon.

Notes:

7.2.2. A konjunkció tulajdonságai

- A konjunkció igazságtáblázata:

$\&$	0	1	(q)
0	0	0	
1	0	1	
(p)			

- A konjunkció tulajdonságai:
  - Felcserélhető (kommutatív): $|p\&q| = |q\&p|$ p, q bármely behelyettesítése esetén.
  - Csoportosítható (asszociatív): $|p\&(q\&r)| = |(p\&q)\&r|$
  - Idempotens: $|p\&p| = |p|$

7.2.3. A logikai ekvivalencia fogalma

Két sémát logikailag ekvivalensnek nevezünk ha a bennük szereplő paraméterek minden szabályos behelyettesítése esetén a sémákból nyert állítások igazságértéke megegyezik. (Jele: $\Longleftrightarrow$)

Notes:

7.2.4. Alternáció

- Két állítás közül legalább az egyik igazságának a kifejezésére szolgál.
- Tipikus természetes nyelvi megfelelője: *vagy* (megengedő értelemben)
- Logikai jele: $\vee$
- $o(o)(o)$ típusú extenzionális funktor, azaz kétargumentumú igazságfunktor.
- Példák:
  - *Esik az eső vagy fúj a szél.*: $p \vee q$
  - *Péter vagy Éva szereti a sajtot.*: $P(a) \vee P(b)$, ahol P: *...szereti a sajtot*, a: *Péter*, b: *Éva*.
  - Pontosabban: *Péter és Éva közül legalább az egyik szereti a sajtot.*

Notes:

7.2.5. Az alternáció tulajdonságai

- Az alternáció igazságtáblázata:

$\vee$	0	1
0	0	1
1	1	1

- Az alternáció tulajdonságai:
  - Felcserélhető (kommutatív): $p \vee q \Longleftrightarrow q \vee p$
  - Csoportosítható (asszociatív): $p \vee (q \vee r) \Longleftrightarrow (p \vee q) \vee r$
  - Idempotens: $p \vee p \Longleftrightarrow p$
  - $p \Rightarrow p \vee q$, ahol $\Rightarrow$ a logikai következmény jele.
  - $\{A_1, A_2, \ldots A_n\} \Rightarrow B$, ha a premisszákban és a konklúzióban szereplő paraméterek minden szabályos behelyettesítése esetén, amennyiben $A_1, A_2, \ldots A_n$ igaz, úgy B is igaz.

Notes:

7.2.6. A konjunkció és az alternáció kapcsolata

&	0	1
0	0	0
1	0	1

	1	0
1	1	1
0	1	0

∨	0	1
0	0	1
1	1	1

A fenti tulajdonság azt jelenti, hogy a konjunkció és az alternáció egymás duálisai.

7.2.7. Negáció

- Az állítás tagadásának a kifejezésére szolgál, azaz annak kifejezésére, hogy egy állítás hamis igazságértékű.
- Tipikus természetes nyelvi megfelelője: *nem; nem igaz, hogy ...*
- Logikai jele: $\sim$
- $o(o)$ típusú extenzionális funktor, azaz egyargumentumú igazságfunktor.

Notes:

- Példák:
  - *Nem esik az eső. A szél nem fúj.*: $\sim p$, illetve $\sim q$
  - *Péter és Éva nem szereti a sajtot.*: $\sim P(a) \& \sim P(b)$
  - *Nem igaz az, hogy Péter és Éva szereti a sajtot.*: $\sim (P(a) \& P(b))$ (azt tagadjuk, hogy mindeketten szeretik a sajtot)

7.2.8. Az negáció tulajdonságai

- Az negáció igazságtáblázata:

$\sim$	$\sim p$
0	1
1	0

- A kettős negáció törvénye: $\sim\sim p \Longleftrightarrow p$
- $p \vee q, \sim p \Rightarrow q$

Notes:

- A negáció, a konjunkció és az alternáció kapcsolata, a De Morgan törvények:
- Mit állítunk akkor, amikor egy konjunkciót tagadunk?
- Mit állítunk akkor amikor egy alternációt tagadunk?
  - $\sim (p\&q) \Longleftrightarrow \sim p \vee \sim q$
  - $\sim (p \vee q) \Longleftrightarrow \sim p \& \sim q$
  - A De Morgan törvények bizonyítása.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \& \sim q$	$p \vee q$	$\sim (p \vee q)$
0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0

Notes:

7.2.9. A kondicionális

- A kondicionális definiáló logikai ekvivalenciája:

$$p \supset q \Longleftrightarrow_{def} \sim (p\& \sim q)$$

- Az kondicionális igazságtáblázata:

$\supset$	0	1
0	1	1
1	0	1

- A feltételes állítás: *Ha* p*, akkor* q.
  - Ha medvécske volna a méhecske,
    fatörzs alján gyűlne a mézecske.
  - Micimackó így szólt: „Ha a palack is tud úszni, akkor a csupor is tud úszni, és ha a csupor tud úszni, akkor én ráülhetek az egyik csuporra, és én is tudok úszni.. . . "

Notes:

- Megarai iskola értelmezései:
  - Diodórosz: Az a feltételes állítás helytálló, amelyre nem volt és nem is lehetséges, hogy igazzal kezdődvén hamissal végződjék.
  - Összefüggés alapján: Az a feltételes állítás igaz, amelyben az utótag ellentmondó párja összeférhetetlen az előtaggal.
  - Bennfoglalás alapján: Az a feltételes állítás igaz, amelynek utótagja potenciálisan benne van az előtagban.
  - Philon: Akkor és *csak akkor* hamis a feltételes állítás, ha előtagja igaz, utótagja pedig hamis.
- A kondicionális mint a feltételes állítás modellje

Notes:

7.2.10. Az kondicionális tulajdonságai

- $|p \supset p| = 1$, azaz $\Rightarrow p \supset p$
- Az A formulát logikai igazságnak (érvényes formulámak) nevezzük, ha a benne szereplő paraméterek minden szabályos behelyettesítése esetén $|A| = 1$.
- Modus ponens (leválasztási szabály): $\{p \supset q, p\} \Rightarrow q$
- Modus tollens (indirekt cáfolás sémája): $\{p \supset q, \sim q\} \Rightarrow \sim p$
- Láncszabály: $\{p \supset q, q \supset r\} \Rightarrow p \supset r$
- Kontrapozíció: $p \supset q \Longleftrightarrow \sim q \supset \sim p$
- Áthelyezési törvény: $(p \& q) \supset r \Longleftrightarrow p \supset (q \supset r)$
- $\sim p \Rightarrow p \supset q$
- $q \Rightarrow p \supset q$

Notes:

7.2.11. Bikondicionális

- Annak kifejezésére szolgál, hogy két állítás igazságértéke megegyezik.
- Tipikus természetes nyelvi megfelelője: *akkor és csak akkor*
- Logikai jele: $\equiv$
- $o(o)(o)$ típusú extenzionális funktor, azaz kétargumentumú igazságfunktor.
- Példák:
  - *Akkor és csak akkor esik az eső, ha fúj a szél.*: $p \equiv q$
  - A *csak akkor* kérdése: *Csak akkor megyek moziba, ha jó filmet adnak.*

Notes:

7.2.12. A bikondicionális tulajdonságai

- A bikondicionális definiáló logikai ekvivalenciája:

$$p \equiv q \Longleftrightarrow_{def} (p \supset q) \& (q \supset p)$$

- Az bikondicionális igazságtáblázata:

$\supset$	0	1
0	1	0
1	0	1

- $\Rightarrow p \equiv p$

Notes:

7.2.13. Az igazságfunktorok elmélete

- A bázis fogalma: Igazságfunktorok egy olyan halmazát értjük bázison, amelynek elemeivel minden igazságfunktor kifejezhető.
  - Például: $\{\sim, \supset\}$,$\{\sim, \&\}$,$\{\sim, \vee\}$
  - $\{\sim, \supset\}$:
    1. $p\&q \Longleftrightarrow\sim (p \supset\sim q)$
    2. $p \vee q \Longleftrightarrow\sim p \supset q$
  - Sheffer művelet: $p|q \Longleftrightarrow\sim (p\&q)$
  - Sem–sem művelet: $p \parallel q \Longleftrightarrow\sim p\& \sim q$
  - Megjegyzés: Mind a két művelet önmagában is bázist alkot.

Notes:

7.3. Centrális logikai (szemantikai) fogalmak

7.3.1. Interpretáció, értékelés, modell

- Interpretáció: értéket rendel a paraméterekhez, azaz a nyelv nemlogikai konstansaihoz. Jelölés: $\langle U, \varrho\rangle$
  - U egy tetszőleges nemüres halmaz ($U \neq \emptyset$).
  - ϱ az interpretáció függvénye: a paraméterek halmazán értelmezett olyan függvény, amelyre teljesülnek az alábbiak:
    * Ha a névparaméter, akkor $\varrho(a) \in U$. $\varrho(a)$ az a név denotátuma az $\langle U, \varrho\rangle$ interpretációban.
    * Ha p állításparaméter, akkor $\varrho(p) \in \{0, 1\}$. $\varrho(p)$ a p állítás igazságértéke az $\langle U, \varrho\rangle$ interpretációban.
    * Ha P n–argumentumú predikátumparaméter, akkor $\varrho(P) \subseteq U^{(n)}$. $\varrho(P)$ a P predikátum terjedelme az $\langle U, \varrho\rangle$ interpretációban.

Notes:

- Értékelés: (egy adott interpretációban) értéket rendel a változókhoz. Jelölés: v
  - $v : Var \mapsto U$
  - Ha x változó, akkor $v(x) \in U$. $v(x)$ az x változó denotátuma az $\langle U, \varrho \rangle$ interpretációban, a v értékelés szerint.
- Ha A formula, akkor $|A|_v^{\langle U, \varrho \rangle}$ az A formula szemantikai értéke az $\langle U, \varrho \rangle$ interpretációban, a v értékelés szerint.
- Egy adott formulahalmaz modelljének a fogalma: modellen egy interpretáció és egy (az interpretációra támaszkodó) értékelés olyan együttesét értjük, amelyben a tekintett formulahalmaz minden eleme igaz.
- Γ: formulahalmaz; $M = \langle U, \varrho, v \rangle$, ahol $\langle U, \varrho \rangle$ egy interpretáció, v egy $\langle U, \varrho \rangle$–ra támaszkodó értékelés, és minden $A \in \Gamma$ esetén $|A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 1$
- $M \models A$, ha $|A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 1$

Notes:

7.3.2. Centrális logikai (szemantikai) fogalmak

- Kielégíthetőség: Egy fomulahalmaz kielégíthető, ha van modellje. (Van olyan interpretáció és (rá támaszkodó) értékelés, hogy a formulahalmaz minden elelme igaz az adott interpretáció és értékelés szerint.)
- Kielégíthetetlenség: Egy formulahalmaz kielégíthetetlen, ha nem kielégíthető.
  - Kielégíthető: nem tartalmaz logikai ellentmondást.
  - Kielégíthetetlen: logikai ellentmondást tartalmaz.
- A Γ formulahalmaznak logikai következménye az A formula ($\Gamma \vDash A$), ha a $\Gamma \cup \{\sim A\}$ formulahalmaz kielégíthetetlen.
- Az A formula érvényes ($\vDash A$), ha $\emptyset \vDash A$.

Notes:

7.3.3. A centrális logikai fogalmak tulajdonságai

- Egy kielégíthető formulahalmaz minden részhalmaza kielégíthető. (A logikai ellentmondástalanság szűkítéssel nem rontható el.)
- Egy kielégíthetetlen formulahalmaz minden bővítése kielégíthetetlen. (A logikai ellentmondás bővítéssel nem szüntethető meg.)
- Ha A érvényes formula ($\models A$), akkor minden Γ formulahalmaz esetén $\Gamma \models A$. (Egy érvényes formula minden formulahalmaznak következménye.)
- Ha a Γ formulahalmaz kielégíthetetlen, akkor minden A formula esetén $\Gamma \models A$. (Egy kielégíthetetlen formulahalmaznak minden formula következménye.)

Notes:

- Dedukció tétel:
  Ha $\Gamma \cup \{A\} \models B$, akkor $\Gamma \models A \supset B$.
  - Bizonyítás: indirekt.
- A dedukció tétel megfordítása:
  Ha $\Gamma \models A \supset B$, akkor $\Gamma \cup \{A\} \models B$.
  - Bizonyítás: indirekt.
- Következmény:
  $A \models B$ akkor és csak akkor, ha $\models A \supset B$
  - Bizonyítás: Az előző két tételben legyen $\Gamma = \emptyset$.
- Metszet tétel:
  Ha $\Gamma \cup \{A\} \models B$ és $\Delta \models A$, akkor $\Gamma \cup \Delta \models B$.
  - Bizonyítás: indirekt.

Notes:

7.4. Az univerzális és az egzisztenciális kvantifikáció

7.4.1. Univerzális és egzisztencia-állítások

- Az univerzális állítások leggyakoribb és legkönnyebben felismerhető alakja:
  1. Minden $F - G$ (ahol F és G monadikus predikátumok)
  2. vagy: Minden, ami F, az G
  3. Pl.: *Minden ember halandó.*
- Az egzisztencia-állítások tipikus szabványalakja:
  1. Van olyan F, amely G
  2. vagy: Némely/néhány $F - G$
  3. Pl.: *Van olyan ember, aki halandó.* (*Némely/néhány ember halandó.*)

Notes:

7.4.2. A tipikus univerzális állítások logikai szerkezete

- Minden ember halandó.
- Minden, ami/aki ember, az halandó.
- Mindenre teljesül, hogy ha ő ember, akkor ő halandó.
- Minden x-re teljesül, hogy ha x ember, akkor x halandó.
- Minden x-re teljesül, hogy $E(x) \supset H(x)$.
- $\forall x(E(x) \supset H(x))$ (Általánosított kondicionális)

Notes:

7.4.3. A tipikus egzisztencia-állítások logikai szerkezete

- Némely/néhány ember halandó.
- Van olyan ember, aki halandó.
- Van olyan x, hogy x ember és x halandó.
- Van olyan x, hogy $E(x) \& H(x)$.
- $\exists x(E(x) \& H(x))$

Notes:

7.4.4. A tipikus kvantifikált állítások közötti kapcsolatok

- Minden, ami F, az G. $\Rightarrow$ Nincs olyan F, amely nem G.
- (?) Minden, ami F, az G. $\Leftarrow$ Nincs olyan F, amely nem G.
- Minden, ami F, az nem G. $\Rightarrow$ Nincs olyan F, amely G.
- (?) Minden, ami F, az nem G. $\Leftarrow$ Nincs olyan F, amely G.
- Nem minden, ami F, az G. $\Longleftrightarrow$ Van olyan F, ami nem G.
- Nincs olyan F, amely G. $\Longleftrightarrow$ Egyetlen F sem G.

Notes:

7.4.5. A kvantifikációk szemantikai szabályai

- Az univerzális kvantor alkalmazásának általános szabálya: Ha A formula és x változó, akkor '$\forall x(A)$' formula.
- Adott interpretáció és értékelés mellett egy '$\forall x(A)$' szerkezetű formula akkor és csak akkor hamis, ha x értéke módosítható úgy — a többi változó értékét érintetlenül hagyva —, hogy A hamis legyen.
- Az egzisztenciális kvantor alkalmazásának általános szabálya: Ha A formula és x változó, akkor '$\exists x(A)$' formula.
- Adott interpretáció és értékelés mellett egy '$\exists x(A)$' szerkezetű formula akkor és csak akkor igaz, ha x értéke módosítható úgy — a többi változó értékét érintetlenül hagyva —, hogy A igaz legyen.

Notes:

7.4.6. A változók előfordulásai

- Kötött előfordulás: egy formulában valamely változó azon előfordulásai kötöttek, amelyek univerzális vagy egzisztenciális kvantort követnek, vagy azonos változójú kvantor hatókörébe esnek.
- Szabad előfordulás: a nem kötött előfordulások.
- Nyitott formula: van benne szabad előfordulású változó.
- Zárt formula: nincs benne szabad előfordulású változó.

Notes:

7.4.7. A kvantifikáció alapvető törvényei

- $\{\forall x(F(x) \supset G(x)), F(a)\} \Rightarrow G(a)$
- $\sim \forall x(A) \Longleftrightarrow \exists x(\sim A)$
- $\sim \exists x(A) \Longleftrightarrow \forall x(\sim A)$
- $\sim \forall x(\sim A) \Longleftrightarrow \exists x(A)$
- $\sim \exists x(\sim A) \Longleftrightarrow \forall x(A)$
- $\forall x(F(x)) \Rightarrow F(a)$
- $F(a) \Rightarrow \exists x(F(x))$
- $\forall x(A) \Rightarrow \exists x(A)$

Notes:

7.4.8. Kategorikus állítások

Általános alak		Kód		Modern logikai reprezentáció
Minden $F - G$		a		$\forall x(F(x) \supset G(x))$
Egy F sem G		e		$\forall x(F(x) \supset \sim G(x))$
Némely $F - G$		i		$\exists x(F(x) \& G(x))$
Némely F nem G		o		$\exists x(F(x) \& \sim G(x))$

Minden $F - G$ $\forall x(F(x) \supset G(x))$	a	e	Egy F sem G $\forall x(F(x) \supset \sim G(x))$
$\exists x(F(x) \& G(x))$ Némely $F - G$	i	o	$\exists x(F(x) \& \sim G(x))$ Némely F nem G

Notes:

7.4.9. Arisztotelész szillogizmuselmélete

I.

						*	*
$G - H$	a	e	a	e		a	e
$F - G$	a	a	i	i		a	a
$F - H$	a	e	i	o		i	o

II.

						*	*
$H - G$	e	a	e	a		e	a
$F - G$	a	e	i	o		a	e
$F - H$	e	e	o	o		o	o

III.

	*	*				
$G - H$	a	e	i	a	o	e
$G - F$	a	a	a	i	a	i
$F - H$	i	o	i	i	o	o

IV.

$H - G$
$G - F$
$F - H$

Notes: